

Drugi kolokvij iz kolegija  
**OPĆA TEORIJA SUSTAVA RI**  
19.1.2022.

**Zadatak 1.** (40 bodova) Linearni vremenski kontinuirani sustav opisan je matricama u prostoru stanja

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -10 & 8 & -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a+b & 1 \\ -b & 1 \\ b & -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} a & a+b & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{0},$$

gdje su  $\mathbf{A}$  matrica koeficijenata,  $\mathbf{B}$  matrica ulaza,  $\mathbf{C}$  matrica izlaza i  $\mathbf{D}$  matrica prijenosa. Primjenom modalne analize, odredite za koje kombinacije vrijednosti parametara  $a$  i  $b$  sustav nema potpuno: a) upravljiva stanja, b) osmotriva (mjerljiva) stanja.

**Zadatak 2.** (25 bodova) Linearni vremenski kontinuirani sustav opisan je matricama u prostoru stanja

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix},$$

gdje su  $\mathbf{A}$  matrica koeficijenata i  $\mathbf{B}$  matrica ulaza. Provedite sintezu zakona upravljanja oblika  $\mathbf{u} = -\mathbf{K} \mathbf{x}$  pri čemu je  $\mathbf{K}$  matrica konstantnih pojačanja, a  $\mathbf{x}$  je vektor svih varijabli stanja, tako da matrica koeficijenata zatvorenog sustava ima trokutastu formu sa svojstvenim vrijednostima -1, -2, -3.

**Napomena:** Rang matrice upravljivosti jednak je 3.

**Zadatak 3.** (35 bodova) Dinamika sustava opisana je sljedećom diferencijalnom jednačinom

$$\ddot{y}(t) + \dot{y}(t) + h(y(t)) = 0,$$

pri čemu je  $h$  neprekidno diferencijabilna funkcija takva da je  $h(0) = 0$  i  $y \cdot h(y) > 0$ ,  $\forall y \neq 0$ . Neka je kandidat za Ljapunovljevu funkciju

$$V(y, \dot{y}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} y & \dot{y} \end{bmatrix} \mathbf{M} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \int_0^y h(z) dz,$$

gdje je  $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & m \\ m & 1 \end{bmatrix}$  pri čemu je  $m$  realna konstanta. Primjenom Ljapunovljeve analize odredite uvjete za koje će ravnotežno stanje sustava biti globalno asimptotski stabilno.