

Prvi kolokvij iz kolegija
OPĆA TEORIJA SUSTAVA RI
23.11.2020.

Zadatak 1. (25 bodova) Dinamika linearnog vremenski kontinuiranog sustava opisana je sljedećim diferencijalnim jednadžbama

$$\begin{aligned}\ddot{z}_1(t) - 5\dot{z}_1(t) + z_1(t) + \dot{z}_2(t) &= \dot{u}_1(t), \\ \ddot{z}_2(t) - \dot{z}_2(t) + \dot{z}_1(t) &= \dot{u}_1(t) + u_2(t),\end{aligned}$$

pri čemu su u_1 i u_2 ulazne varijable sustava. Zapišite dinamiku sustava u matričnom obliku prostora stanja ako je izlazna varijabla $y = \dot{z}_1 + z_2$.

Zadatak 2. (40 bodova) Linearni vremenski kontinuirani sustav opisan je u prostoru stanja sljedećom matričnom formom

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 & -1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}.$$

gdje su a , b i c realne konstante. Računanjem matričnog eksponencijala, odredite rješenja sustava ako su svi početni uvjeti jednaki 0.

Zadatak 3. (35 bodova) Linearni vremenski kontinuirani sustav opisan je matricama u prostoru stanja

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{0},$$

gdje su \mathbf{A} matrica koeficijenata, \mathbf{B} matrica ulaza, \mathbf{C} matrica izlaza i \mathbf{D} matrica prijenosa. Provedite transformaciju sustava u modalnu formu.

NAPOMENA: Sva rješenja moraju biti u realnom skupu ili prostoru. Inverz matrice računajte primjenom Cayley-Hamiltonovog teorema.