

Drugi kolokvij iz kolegija
OPĆA TEORIJA SUSTAVA RI
13.1.2021.

NAPOMENA: Potrebno je napisati svaki korak postupka rješavanja sve do dijela gdje je potrebno množiti, zbrajati, invertirati i sl. matrice u koje su uvrštene numeričke vrijednosti. Te operacije se mogu onda strojno računati te onda napisati konačne numeričke vrijednosti.

Zadatak 1. (40 bodova) Linearni vremenski kontinuirani sustav opisan je matricama u prostoru stanja

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 12 & -11 & 12 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & -b \\ a+b & -5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} a+b & a & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{0},$$

gdje su \mathbf{A} matrica koeficijenata, \mathbf{B} matrica ulaza, \mathbf{C} matrica izlaza i \mathbf{D} matrica prijenosa. Primjenom modalne analize, odredite za koje kombinacije vrijednosti parametara a i b sustav nema potpuno: a) upravljiva stanja, b) osmotriva (mjerljiva) stanja.

Zadatak 2. (25 bodova) Dinamika sustava opisana je sljedećim jednadžbama u prostoru stanja

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1 + 4x_2, \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - x_2^3.\end{aligned}$$

Neka je kandidat za Ljapunovljevu funkciju $V(x_1, x_2) = x_1^2 + ax_2^2$ gdje je a pozitivna konstanta. Odredite za koje vrijednosti parametra a će ravnotežno stanje sustava biti globalno asimptotski stabilno.

Zadatak 3. (35 bodova) Dinamika sustava u prostoru stanja opisana je sljedećom matričnom formom

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -3 \\ -2 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}.$$

Provedite sintezu linearnog statičkog regulatora po varijablama stanja oblika $\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}$ tako da svojstvene vrijednosti matrice koeficijenata zatvorenog sustava (polovi sustava) budu $\lambda_{d1} = -1$, $\lambda_{d2} = -2$, $\lambda_{d3} = -3$.