

1 Računanje kvadratnog korijena Newtonovom metodom

Zadatak 1.1. *Načinite M-funkciju koja će računati kvadratni korijen pozitivnog realnog broja primjenom Newtonove metode. Definicija M-funkcije neka izgleda ovako:*

```
function [sqr_a, N] = my_sqrt(a, tol)
% Funkcija za racunanje kvadratnog korijena pozitivnog realnog broja
% primjenom Newtonove metode
% Poziv funkcije: [sqr_a, N] = my_sqrt(a, tol) gdje su
% sqr_a - izlaz --> kvadratni korijen pozitivnog realnog broja
% N - izlaz --> broj iteracija Newtonove metode
% a - ulaz --> pozitivni realni broj
% tol - ulaz --> tolerancija pogreske
```

1.1 Kratki opis Newtonove metode

Neka je zadana nelinearna funkcija $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ gdje je I neki interval. Tražimo sve one točke $x \in I$ za koje je $f(x) = 0$. Pretpostavka je da je f neprekidna i da su joj nul-točke izolirane.

Ideja Newtonove metode je da se graf funkcije aproksimira tangentom - metoda tangente. Neka je izabrana početna točka x_0 . Povuče se tangentu na graf funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i definira se novu aproksimaciju x_1 u točki gdje ta tangenta siječe os- x . Postupak iteriramo za svaku sljedeću točku x_n , $n \geq 0$.

Jednadžba tangente u točki x_n je

$$y - f(x_n) = f'(x_n)(x - x_n).$$

Budući da imamo zahtjev $y = 0$ za $x = x_{n+1}$ dobiva se aproksimacija dana izrazom

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad f'(x_n) \neq 0, \quad n \geq 0.$$

Detaljni izvod Newtonove metode i drugih metoda za rješavanje nelinearnih jednadžbi pogledati u [1].

1.2 Računanje kvadratnog korijena pozitivnog realnog broja primjenom Newtonove metode

Neka je zadan realni pozitivni broj $A > 0$. Želimo odrediti $x = \sqrt{A}$, tj. $x^2 = A$.

Neka je $f(x) = x^2 - A$. Problem određivanja \sqrt{A} je isto što i tražiti nul-točke funkcije $f(x) = x^2 - A$.

Newtonova metoda za računanje $f(x) = x^2 - A = 0$ bila bi:

$$f'(x) = 2x,$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)},$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^2 - A}{2x_n},$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{1}{2}x_n + \frac{1}{2}\frac{A}{x_n},$$

$$x_{n+1} = \frac{1}{2}x_n + \frac{1}{2}\frac{A}{x_n},$$

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{A}{x_n} \right).$$

Literatura

- [1] Drmač, Z., Hari, V., Marušić, M., Rogina, M., Singer, S., Singer, S. *Numerička analiza; Poglavlje 8: Rješavanje nelinearnih jednadžbi*. Sveučilište u Zagrebu, PMF - Matematički odjel, 2003. Dostupno na: http://web.math.pmf.unizg.hr/~singer/num_anal/num_anal.pdf