

# 1 Računanje kvadratnog korijena Newtonovom metodom

**Zadatak 1.1.** *Načinite M-funkciju koja će računati kvadratni korijen pozitivnog realnog broja primjenom Newtonove metode. Definicija M-funkcije neka izgleda ovako:*

```
function [sqr_a, N] = my_sqrt(a, tol)
% Funkcija za racunanje kvadratnog korijena pozitivnog realnog broja
% primjenom Newtonove metode
% Poziv funkcije: [sqr_a, N] = my_sqrt(a, tol) gdje su
% sqr_a - izlaz --> kvadratni korijen pozitivnog realnog broja
% N - izlaz --> broj iteracija Newtonove metode
% a - ulaz --> pozitivni realni broj
% tol - ulaz --> tolerancija pogreske
```

## 1.1 Kratki opis Newtonove metode

Neka je zadana nelinearna funkcija  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  gdje je  $I$  neki interval. Tražimo sve one točke  $x \in I$  za koje je  $f(x) = 0$ . Pretpostavka je da je  $f$  neprekidna i da su joj nul-točke izolirane.

Ideja Newtonove metode je da se graf funkcije aproksimira tangentom - metoda tangente. Neka je izabrana početna točka  $x_0$ . Povuče se tangentu na graf funkcije  $f$  u točki  $(x_0, f(x_0))$  i definira se novu aproksimaciju  $x_1$  u točki gdje ta tangenta siječe os- $x$ . Postupak iteriramo za svaku sljedeću točku  $x_n$ ,  $n \geq 0$ .

Jednadžba tangente u točki  $x_n$  je

$$y - f(x_n) = f'(x_n)(x - x_n).$$

Budući da imamo zahtjev  $y = 0$  za  $x = x_{n+1}$  dobiva se aproksimacija dana izrazom

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad f'(x_n) \neq 0, \quad n \geq 0.$$

Detaljni izvod Newtonove metode i drugih metoda za rješavanje nelinearnih jednadžbi pogledati u [1].

## 1.2 Računanje kvadratnog korijena pozitivnog realnog broja primjenom Newtonove metode

Neka je zadan realni pozitivni broj  $A > 0$ . Želimo odrediti  $x = \sqrt{A}$ , tj.  $x^2 = A$ .

Neka je  $f(x) = x^2 - A$ . Problem određivanja  $\sqrt{A}$  je isto što i tražiti nul-točke funkcije  $f(x) = x^2 - A$ .

Newtonova metoda za računanje  $f(x) = x^2 - A = 0$  bila bi:

$$f'(x) = 2x,$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)},$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^2 - A}{2x_n},$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{1}{2}x_n + \frac{1}{2}\frac{A}{x_n},$$

$$x_{n+1} = \frac{1}{2}x_n + \frac{1}{2}\frac{A}{x_n},$$

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left( x_n + \frac{A}{x_n} \right).$$

## Literatura

- [1] Drmač, Z., Hari, V., Marušić, M., Rogina, M., Singer, S., Singer, S. *Numerička analiza; Poglavlje 8: Rješavanje nelinearnih jednadžbi*. Sveučilište u Zagrebu, PMF - Matematički odjel, 2003. Dostupno na: [http://web.math.pmf.unizg.hr/~singer/num\\_anal/num\\_anal.pdf](http://web.math.pmf.unizg.hr/~singer/num_anal/num_anal.pdf)